

EXERCICE 4 : Campagne publicitaire (7 points)

Une agence lance une campagne publicitaire sur une durée de 15 semaines, dans une ville donnée, afin de promouvoir une nouvelle marque de boissons gazeuses.

PARTIE A

Une étude montre qu'après x semaines de campagne publicitaire, le pourcentage des personnes résidant dans cette ville ayant pris connaissance de la marque est donné par l'expression

$$f(x) = \frac{75x}{x+2}$$

où x est un réel compris entre 0 et 30.

La courbe représentative de f sur l'intervalle $[0 ; 10]$ est fournie en annexe 2.

L'objectif fixé à l'agence par l'entreprise qui produit cette nouvelle marque de boissons est qu'au moins 70 % des habitants de la ville aient pris connaissance de cette marque.

1. Peut-on affirmer qu'après 10 semaines de publicité, l'objectif fixé est atteint ? Justifier la réponse.
2. Déterminer graphiquement le nombre de semaines nécessaires pour que le pourcentage d'habitants ayant pris connaissance de la marque passe de 50 % à 60 %. On laissera apparents les tracés utiles.
3. On note f' la dérivée de f . Montrer que, pour tout réel $x \in [0 ; 15]$,

$$f'(x) = \frac{150}{(x+2)^2}$$

4. En utilisant le signe de sa dérivée, déterminer les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 15]$.
5. Après ces 15 semaines de campagne, l'agence demande un délai supplémentaire. Justifier cette demande.
6. Combien de semaines supplémentaires de campagne seront nécessaires à l'agence pour atteindre l'objectif fixé par l'entreprise ?

PARTIE B

Dans cette partie, on admet que 20 % des consommateurs ayant pris connaissance de cette nouvelle marque sont prêts à acheter la boisson et que 96 % des personnes ignorant cette marque jusqu'ici ne l'achèteront pas.

Après 3 semaines de publicité, on interroge un habitant de la ville au hasard.

On note C et A les événements :

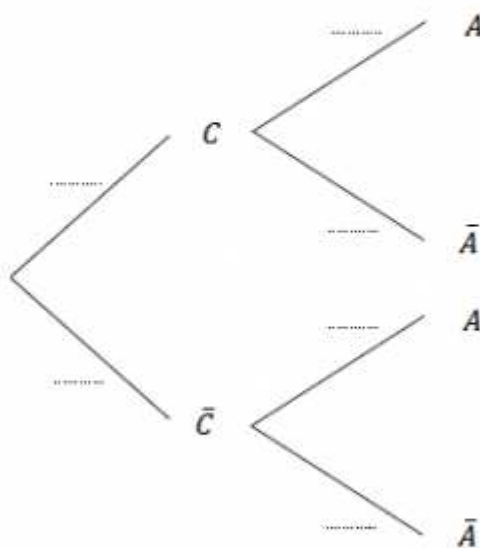
- C : « l'habitant connaît la marque de boisson »
- A : « l'habitant est prêt à acheter la boisson »

Dans les questions suivantes, pour tout événement E , on note $p(E)$ la probabilité de E et \bar{E} l'évènement contraire de E .

1. En utilisant les informations de la partie A, justifier que $p(C) = 0,45$ puis recopier et compléter sur la copie l'arbre donné ci-contre.
2. Déterminer la probabilité qu'un habitant de la ville ait pris connaissance de la marque de la boisson et soit prêt à l'acheter.
3. Justifier que $p(A) = 0,112$.
4. Le résultat précédent permet de formuler l'hypothèse qu'après 3 semaines de campagne publicitaire, 11,2 % des habitants de la ville sont prêts à acheter la nouvelle marque de boisson de l'entreprise. L'agence de publicité décide de tester la validité de cette hypothèse.

Elle interroge un échantillon de 500 habitants de la ville pris au hasard. Parmi eux, 44 se disent effectivement prêts à acheter cette nouvelle boisson.

Au regard de ce sondage, peut-on rejeter, au risque de 5 %, l'hypothèse formulée ci-dessus ? Justifier la réponse.

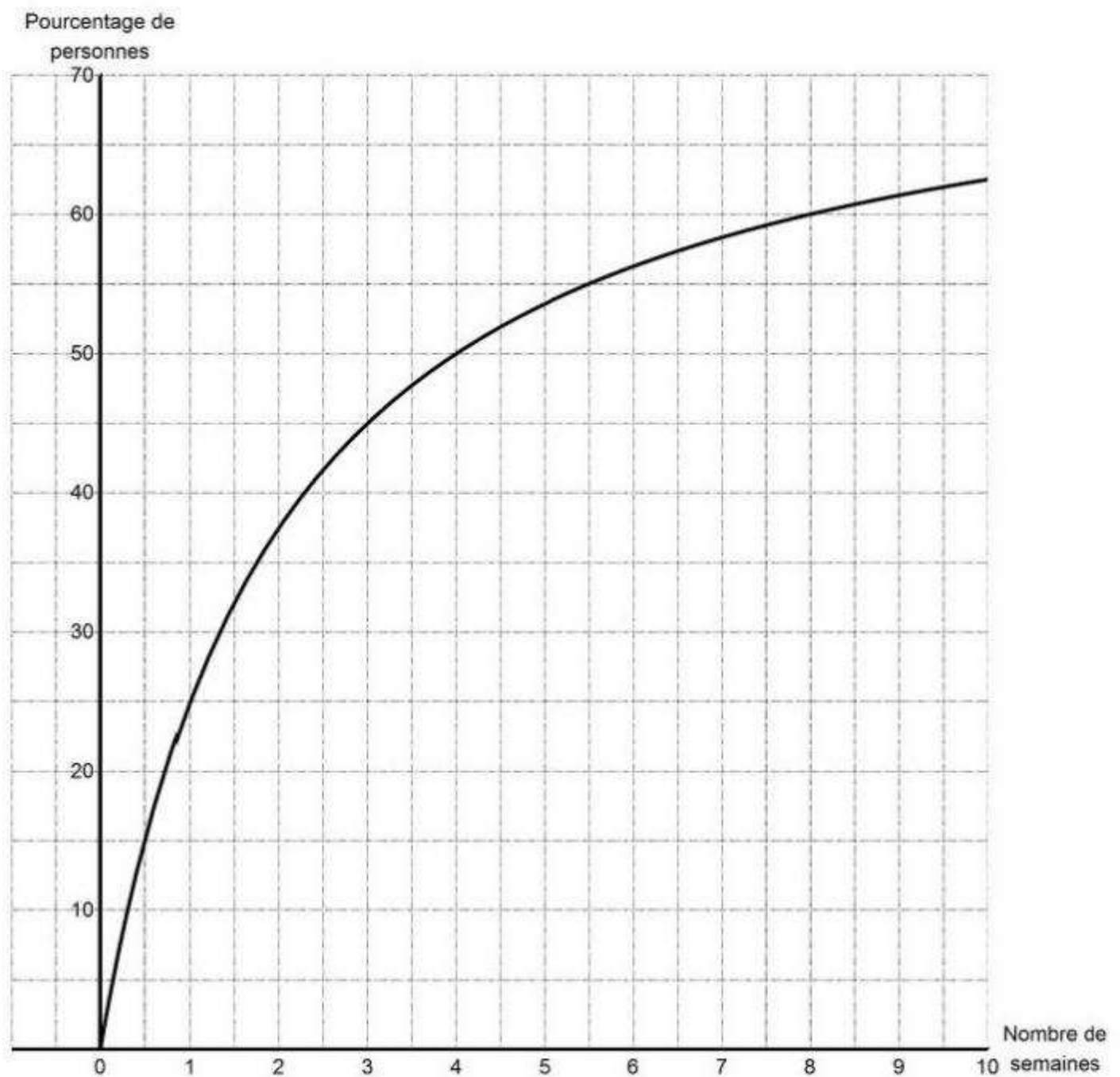


Sujet BAC 2016

Examen : Bac STMG

Epreuve : Mathématiques

Annexe



CORRIGE 4 : Campagne publicitaire

I. INTERET DU SUJET

Une première partie de fonction (lecture graphique et étude).

Une deuxième partie de probabilité et d'échantillonnage.

II. SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE

- Lecture graphique
- Etude de fonction
- Arbre pondéré en probabilité
- Probabilités totales
- Echantillonnage

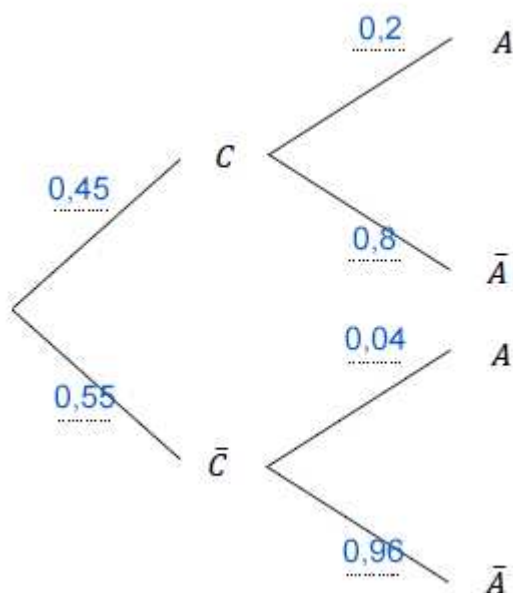
III. RESULTATS

Partie A

- 1) L'objectif n'est pas atteint au bout de 10 semaines.
- 2) Il faut 4 semaines (8-4 déterminé graphiquement) pour passer de 50 % à 60 % de fréquentation
- 3) $f'(x) = \frac{150}{(x+2)^2}$
- 4) f est croissante sur $[0,15]$
- 5) L'agence demande un délai car l'objectif n'est pas atteint.
- 6) 13 semaines de plus

Partie B

- 1) $p(C) = 0,45$
- 2) $p(A \cap C) = 0,09$
- 3) $p(A) = 0,0112$
- 4) On ne peut pas rejeter l'hypothèse.



IV. RESULTATS DETAILLES

Partie A

- 1) Calculons $f(10) = 62,5$

Par conséquent, au bout de 10 semaines, 62,5% des habitants de la ville ont pris connaissance de la marque. L'objectif n'est donc pas atteint.

- 2) Par lecture graphique 4 semaines suffisent pour atteindre 50% alors qu'il faudra 8 semaines pour 60 %. Il faut donc 4 semaines pour passer de 50 à 60 % de fréquentation.

Examen : Bac STMG

Epreuve : Mathématiques

3) Posons $u(x) = 75x$ et $v(x) = x + 2$

On a $u'(x) = 75$ et $v'(x) = 1$

$$f'(x) = \frac{75(x+2) - 1 \times 75x}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{150}{(x+2)^2}$$

4) Pour $x \in [0, 15]$, $150 \geq 0$ et $(x+2)^2 \geq 0$

donc $f'(x) \geq 0$

f est donc croissante sur $[0, 15]$.

5) $f(15) = 66,17$

L'objectif n'est pas atteint la 15ème semaine mais la progression étant croissante, il reste de l'espoir.

6) Résolvons $f(x) \geq 70$

$$\frac{75x}{x+2} \geq 70$$

$$75x \geq 70x + 140$$

$$5x \geq 140$$

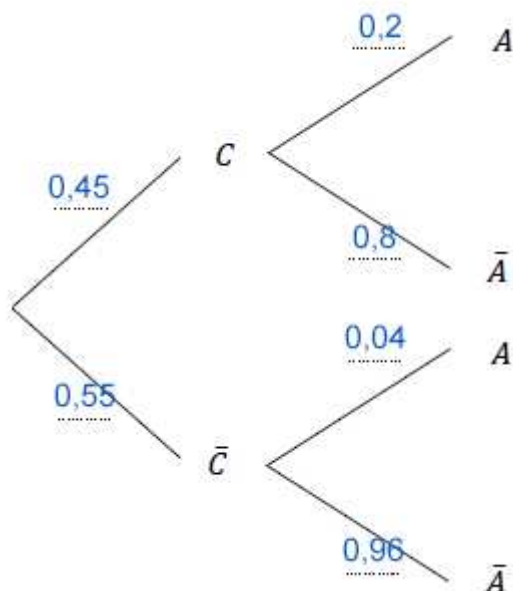
$$x \geq 28$$

Il faudra 13 semaines supplémentaires.

Partie B

$$1) f(3) = \frac{75 \times 3}{5} = 45\%$$

$$\text{donc } p(C) = 0,45$$



2) Principe multiplicatif:

$$p(C \cap A) = 0,45 \times 0,2 = 0,09$$

3) Théorème des probabilités totales:

$$p(A) = p(C \cap A) + p(\bar{C} \cap A) = 0,09 + 0,022 = 0,112$$

4) Ici $p = 0,112$ et $n = 500$

Déterminons l'intervalle de fluctuation

$$p - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,112 - \frac{1}{\sqrt{500}} = 0,067$$

$$p + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,157$$

$$I_f = [0,067; 0,157]$$

Calculons la fréquence de l'échantillon

$$f = \frac{44}{500} = 0,088$$

$$\text{or } 0,088 \in I_f$$

On ne peut pas rejeter l'hypothèse, ou risque de 5%, que notre échantillon ne corresponde pas à l'hypothèse.

V. CONCLUSION

Exercice complet, utilisant les fonctions, les probabilités et l'échantillonnage pour une campagne de publicité.

VI. ANNEXE

